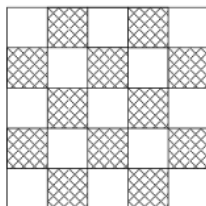


1. Um “quadradófono” é um inseto que se alimenta de quadrados de tabuleiros de xadrez e dama. Um tabuleiro de tamanho 5×5 é mostrado abaixo



Quando um quadradófono começa a comer os quadrados de um tabuleiro ele sempre come um quadrado por vez. Sempre que há algum quadrado para ser comido, o quadradófono come o próximo quadrado que está na mesma linha ou na mesma coluna do quadrado anterior que comeu. Se o quadradófono encontra a ponta do tabuleiro, ou um quadrado que já comeu, ele dá uma volta de um ângulo reto (ou no sentido anti horário ou no sentido horário) e continua a comer quadrados. Se ele chegar em um ponto que não possui quadrados para serem comidos, ele se dá por satisfeito, e não come mais nenhum quadrado.

- a) Se um quadradófono começar no meio de um quadrado 7×7 qual é o número máximo de quadrados que o quadradófono pode comer?
- b) Desenhe um caminho feito pelo quadradófono começando no meio de um tabuleiro 7×7 de tal forma que ele coma o maior número de quadrados do tabuleiro.
- c) Se um quadradófono cair aleatoriamente em um tabuleiro 13×13 , em quais posições ele deve cair de modo a garantir que exista um caminho que possa comer todos os quadrados do tabuleiro?
-
2. Afonso, Carlos, Gabriel e José estão jogando futebol, cada um deles com um dos números 1, 2, 3, 4 nas costas da camiseta. Há duas equipes de dois jogadores, sendo uma delas formada por Carlos e pelo jogador com o número 3. Durante o jogo, o José exclama: “somando todos os números das camisetas que consigo ver, obtenho o mesmo número que multiplicando-os!”. Afonso acrescenta: “somando todos os números que consigo ver, obtenho o dobro do número de gols que já marquei”. Gabriel chuta e arremata: “Gol!”.
- a) Qual é o número da camiseta de cada um dos jogadores?
- b) Sabendo que antes da fala de Gabriel, José não havia marcado nenhum gol e a partida estava empatada, e que logo após Gabriel arrematar o juiz apita o final da partida, qual das duplas ganhou o jogo e por quanto?
-
3. Amélia possui quatro irmãos, Bernardo, Carolina, Denis e Eduardo. O pai de Amélia distribuiu dinheiro entre seus filhos em uma certa ordem. Nesta ordem Amélia foi a última a receber dinheiro. O pai distribuiu o dinheiro de modo que Amélia recebeu o dobro que primeiro, três vezes o que o segundo recebeu, quatro vezes o que o terceiro recebeu e cinco vezes o que o quarto recebeu. Bernardo reclamou que ganhou 30 reais a menos que Denis. Calcule todas as quantias possíveis que Amélia pode ter ganho de seu pai.

4. Em uma tira larga de papel se escrevem os múltiplos de 21, começando com 21, sem espaços entre eles. Chega-se assim a uma sequência de dígitos que começa da seguinte forma:

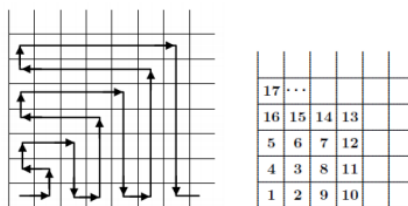
$$21426384105126147\dots$$

Ache o dígito que ocupa a posição 2017 desta sequência de dígitos e determine a que múltiplo de 21 pertence. (Por exemplo, o dígito da posição 15 é 1 e pertence ao múltiplo 147).

5. Seja S o conjunto de todos os números naturais positivos menores ou iguais a 2017. Responda as perguntas abaixo:

- Seja R o conjunto dos números de S que podem ser escritos como a soma de dois números naturais positivos consecutivos. Quantos números tem R ?
- Seja T o conjunto dos números de S que podem ser escritos como a soma de 5 números naturais positivos e consecutivos. Quantos números tem T ?
- Quantos números estão simultaneamente em R e em T ?

6. Joãozinho escreve números inteiros positivos num papel quadriculado com cada número ocupando uma casa do quadriculado, como indicam as figuras. As figuras são apenas uma indicação de como Joãozinho faz sua escrita, o papel quadriculado é muito maior que as figuras. Ele inicia da borda esquerda inferior e escreve os números seguindo o esquema abaixo. Observe que apenas os primeiros números estão indicados na 2ª figura. Os números são identificados pelas coordenadas (x, y) , onde x é a ordem da coluna do número e y é a ordem da linha do número, adotando que o número está na 1ª coluna e na 1ª linha. Por exemplo, as coordenadas do número 1 são $(1, 1)$, enquanto que as do número 8 são $(3, 2)$.



- Quais as coordenadas do número 15?
- Iniciando de 1, 9, ..., os números da 1ª linha, de dois em dois, possuem uma característica em comum. Descreva essa característica. Justifique sua resposta.
- A casa contendo o número 21 possui coordenadas $(5, 5)$. Determine qual é o número escrito na casa cujas coordenadas são $(6, 6)$ e o número da casa $(7, 7)$?
- Qual é o número da casa $(20, 20)$?
- Quais são as coordenadas da casa onde está escrito o número 2017?

BOA PROVA!