OPRM 2018
Nível 2 (8º e 9º ensino fund.)
Primeira Fase
22/06/18 ou 23/06/18
Duração: 2 horas e 30 minutos

Nome: ______________________________

Escola: ______________________________

Fiscal: ______________________________

INSTRUÇÕES

- Escreva seu nome, o nome da sua escola e nome do **FISCAL (pessoa que está aplicando a prova)** nos campos acima.

- Esta prova contém 4 páginas (incluindo esta página de capa) e 20 problemas. Verifique se existe alguma página ou exercício faltando e, em caso afirmativo peça ao **FISCAL** para trocar sua prova.

- Esta prova é individual e sem consulta à qualquer material.

- O uso de aparelhos eletrônicos, como celular, tablet, notebook e calculadora, não são permitidos no decorrer da prova.

- A duração da prova é de 2 horas e 30 minutos.

- Este caderno de questões pode ser usado como rascunho.

- As respostas finais devem ser indicadas na folha de resposta.

- Após o término, entregue ao **FISCAL** este caderno de questões e a folha de respostas toda preenchida.

BOA PROVA!

1. Para evitar que o seu irmão descubra o que escreve no seu diário, a Margarida inventou um código secreto em que cada letra corresponde a um número com um ou dois algarismos. Infelizmente o seu irmão Antônio descobriu que a frase **O dia estava de sol** tinha sido codificada para:

   52 85567 534437467 855 34526

   Qual é o código que corresponde à letra **T**?

   (A) 3 **(B)** 4 **(C)** 37 **(D)** 43 **(E)** 44

2. Ao chegar do trabalho, Margarida percebeu que um de seus três filhos (Pedro, Jorge e Patrícia) havia quebrado um vaso na sala. Perguntando a eles sobre o ocorrido, cada um respondeu:

   - Pedro: "Quem quebrou o vaso fui eu, mamãe";
   - Jorge: "Quem quebrou o vaso não fui eu";
   - Patrícia: "Quem quebrou o vaso não foi o Pedro".

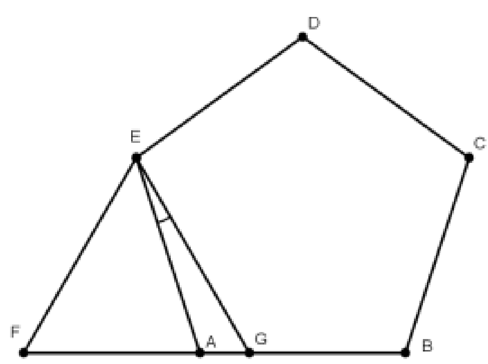
   Sabe-se que apenas um deles quebrou o vaso, e que apenas um deles disse a verdade. Quem quebrou o vaso e quem disse a verdade, respectivamente?

   (A) Jorge e Patrícia
   (B) Pedro e Pedro
   (C) Pedro e Jorge
   (D) Patrícia e Patrícia
   (E) Patrícia e Jorge

3. Paulinho deseja organizar um churrasco em família. No entanto, por uma questão de espaço, decidiu convidar apenas 4 dos seus 7 primos para participar deste churrasco. Ocorre que Abelardo e Bernardo, primos de Paulinho, só podem ir ao churrasco se forem juntos. De quantas maneiras diferentes Paulinho poderá escolher seus convidados?

   (A) 12 **(B)** 14 **(C)** 15 **(D)** 18 **(E)** 30

4. Na figura abaixo, $ABCDE$ é um pentágono regular e EFG é um triângulo equilátero. Determine a medida, em graus, do ângulo $\angle AEG$?



   (A) $12°$ **(B)** $14°$ **(C)** $15°$ **(D)** $18°$ **(E)** $30°$

5. Dois números inteiros positivos a e b, com $a < b$, são ditos primos de segundo grau se $b^2 - a^2$ é um número primo. A soma de dois números primos de segundo grau é sempre um número:

   (A) par **(B)** par e múltiplo de 5 **(C)** múltiplo de 17 **(D)** primo **(E)** múltiplo de 3

6. Considere três números naturais distintos, maiores do que 5 e menores do que 15. Sabe-se que apenas um deles é primo e que a soma dos três também é um número primo. Além disso, a diferença entre o maior destes números e o do meio é igual ao dobro da diferença entre o número do meio e o menor. O produto destes três números é:

   (A) 1.848 **(B)** 1.056 **(C)** 420 **(D)** 1.820 **(E)** 784

7. Seja os números da sequência infinitas: $6, 66, 666, 6666, 66666, 666666, \ldots$. Podemos então afirmar:

   (A) Todos os números, com exceção do primeiro, são múltiplos de 11.

   (B) Nenhum deles é múltiplo de 12.

   (C) Existe pelo menos um quadrado perfeito entre eles.

   (D) Não existe nenhum múltiplo de 11^2.

   (E) Nenhum deles é múltiplo de 9.

8. Quantos são os números naturais entre 0 e 999 nos quais aparece pelo menos um algarismo 2 e nenhum algarismo 3?

   (A) 192 **(B)** 204 **(C)** 217 **(D)** 225 **(E)** 254

9. Efetuando a divisão de 2018^{2018} por 6 obtemos como resto:

   (A) 0 **(B)** 1 **(C)** 2 **(D)** 4 **(E)** 5

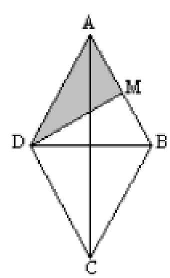
10. O número $n = 9999 \cdots 999$ tem 2.018 algarismos todos iguais à 9. Quantos algarismos 9 tem o número n^2?

    (A) Nenhum **(B)** 2.016 **(C)** 2.017 **(D)** 2.018 **(E)** 4.036

11. Um quadrado é cortado em 49 quadrados menores. Todos esses quadrados têm as medidas de seus lados, em centímetros, expressas por números inteiros positivos. Há 48 quadrados com área igual a $1\,cm^2$. Determine o número de resultados possíveis para expressar, em cm^2, a medida da área do quadrado original.

    (A) 1 **(B)** 2 **(C)** 3 **(D)** 4 **(E)** 5

12. No losango $ABCD$ abaixo M é o ponto médio de AB. Sabendo que $AC = 24$ e $DB = 10$, a área da figura sombreada é igual à



    (A) 15 **(B)** 30 **(C)** 60 **(D)** 20 **(E)** 35

13. Quantos números inteiros e positivos menores do que 1.000.000 existem cujos cubos terminam em 1?

    (A) 1.000 **(B)** 10.000 **(C)** 50.000 **(D)** 100.000 **(E)** 500.000

14. Um certo mês do ano teve 5 segundas-feiras. Então, esse mês não pode ter tido

    (A) 5 sábados

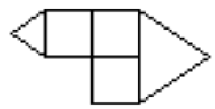
    (B) 5 domingos

    (C) 5 terças-feiras

    (D) 5 quartas-feiras

    (E) 5 quintas-feiras

15. A figura abaixo está formada por três quadrados iguais e dois triângulos equiláteros. O perímetro da figura é $29,7\,cm$. A área de um dos quadrados é:



(A) $0,09\,cm^2$ **(B)** $1,21\,cm^2$ **(C)** $8,41\,cm^2$ **(D)** $0,81\,cm^2$ **(E)** $7,29\,cm^2$

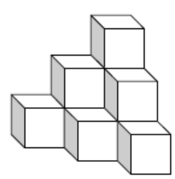
16. Havia 9 pedaços de papel. Alguns deles foram cortados em 3 partes. No total, ficaram 15 pedaços de papel. Quantos pedaços foram cortados em 3 partes?

    (A) 1 **(B)** 2 **(C)** 3 **(D)** 4 **(E)** 5

17. Qual é o último algarismo da soma de 70 números inteiros positivos consecutivos?

    (A) 0 **(B)** 5 **(C)** 4 **(D)** 7 **(E)** Faltam dados

18. Chiquinho colou 10 cubos para formar a estrutura abaixo. Ele pintou a estrutura toda, incluindo a parte de baixo. Quantas faces dos cubos ele pintou?



(A) 18 **(B)** 24 **(C)** 36 **(D)** 42 **(E)** 48

19. A soma de quatro números inteiros positivos consecutivos nunca pode ser igual a

    (A) 220 **(B)** 222 **(C)** 14 **(D)** 214 **(E)** 2.014

20. Em um tabuleiro retangular com 6 linhas e 9 colunas, 32 casas estão ocupadas. Podemos afirmar **COM CERTEZA** que:

    (A) Todas as colunas têm pelo menos 3 casas ocupadas.

    (B) Nenhuma coluna tem mais de 3 casas ocupadas.

    (C) Alguma coluna não tem casas ocupadas.

    (D) Todas as linhas têm pelo menos 4 casas ocupadas.

    (E) Alguma linha tem pelo menos 6 casas ocupadas.