Estudante: ______________________________ Geometria

Colégio: ______________________________

Simulado 5 - Nível 2 - Geometria Plana: Conceitos Iniciais

i) Preencha o cabeçalho acima com atenção.

ii) Cada questão tem apenas uma letra correta.

iii) Preencha o gabarito ao lado com as respostas.

iv) Cada problema vale 2 pontos.

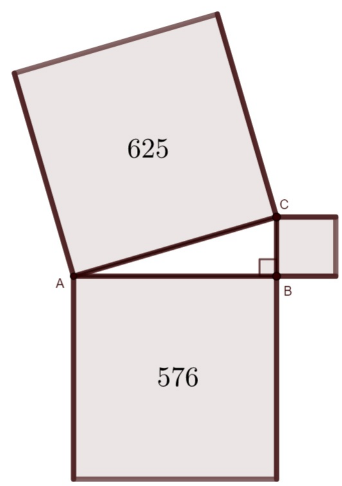
v) Não é permitido qualquer tipo de consulta.

Gabarito

1	a	b	c	d	e
2	a	b	c	d	e
3	a	b	c	d	e
4	a	b	c	d	e
5	a	b	c	d	e

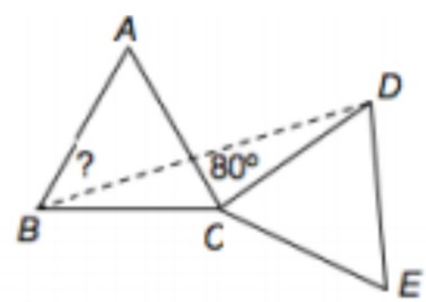
Problema 1. Na figura a seguir temos o triângulo retângulo ABC e três quadrados construídos sobre os lados AB, BC e CA. Os quadrados sobre o cateto AB e a hipotenusa AC possuem áreas 576 e 625, respectivamente. Determine o perímetro do triângulo ABC.

a) 56 b) 51 c) 50 d) 49 e) 42



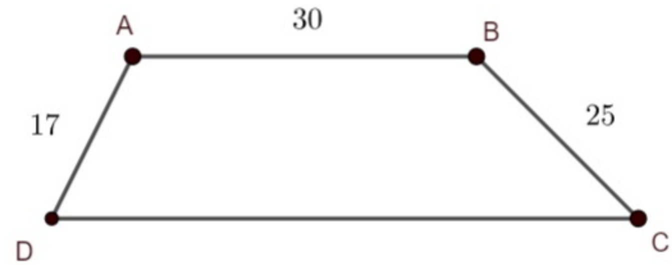
Problema 2. Na figura a seguir os triângulos ABC e CDE são equiláteros e seus lados possuem o mesmo comprimento. Sabendo que o ângulo $\angle ACD$ mede 80°, determine a medida em graus do ângulo $\angle ABD$.

a) 25° b) 30° c) 35° d) 40° e) 45°



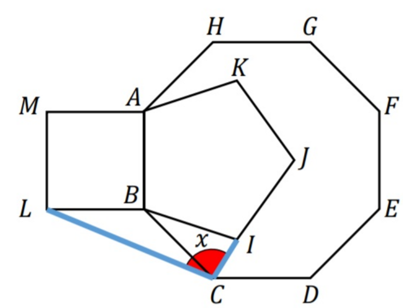
Problema 3. O trapézio $ABCD$ possui bases AB e CD. Sabe-se que $AD = 17$, $AB = 30$, $BC = 25$ e que a altura do trapézio é 15. Qual é a área do trapézio $ABCD$?

a) 450 b) 660 c) 880 d) 1320 e) 1450



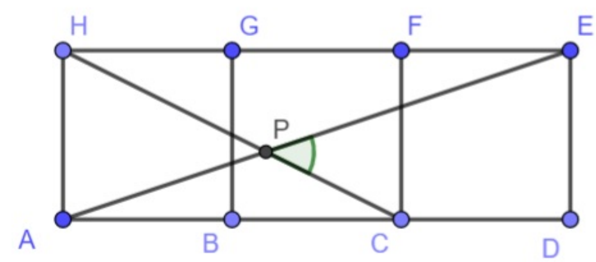
Problema 4. Na figura a seguir sabe-se que $ABCDEFGH$ é um octógono regular, $ABIJK$ é um pentágono regular e $ABLM$ é um quadrado. Determine a medida em graus do ângulo $\angle LCI$ denotado na figura pela letra x.

a) 81° b) 90° c) 92° d) 99° e) 102°



Problema 5. Três quadrados estão dispostos como indicado na figura a seguir. Os segmentos AE e CH se intersectam no ponto P. Qual é a medida do ângulo $\angle CPE$?

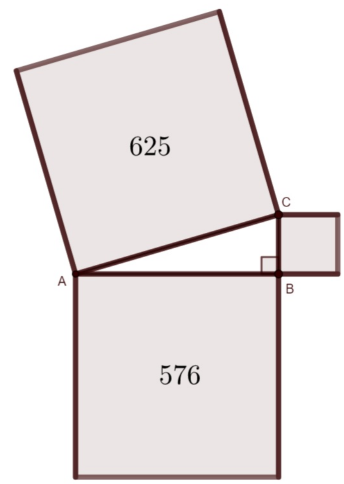
a) 30° b) 40° c) 45° d) 50° e) 60°



Respostas e Soluções.

Problema 1. Na figura a seguir temos o triângulo retângulo ABC e três quadrados construídos sobre os lados AB, BC e CA. Os quadrados sobre o cateto AB e a hipotenusa AC possuem áreas 576 e 625, respectivamente. Determine o perímetro do triângulo ABC.

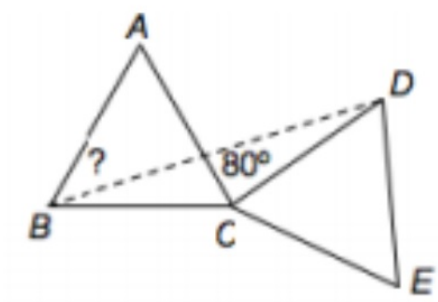
a) 56 b) 51 c) 50 d) 49 e) 42



Solução para o Problema 1. Sabemos que a área do quadrado é o quadrado do lado. Assim, $AB^2 = 576 \Leftrightarrow AB = 24$ e $AC^2 = 625 \Leftrightarrow AC = 25$. Pelo Teorema de Pitágoras, $AB^2 + BC^2 = AC^2 \Rightarrow BC^2 = 625 - 576 = 49 \Rightarrow BC = 7$. Concluímos que o perímetro do triângulo ABC é $24 + 25 + 7 = 56$. **(Letra A)**

Problema 2. Na figura a seguir os triângulos ABC e CDE são equiláteros e seus lados possuem o mesmo comprimento. Sabendo que o ângulo $\angle ACD$ mede $80°$, determine a medida em graus do ângulo $\angle ABD$.

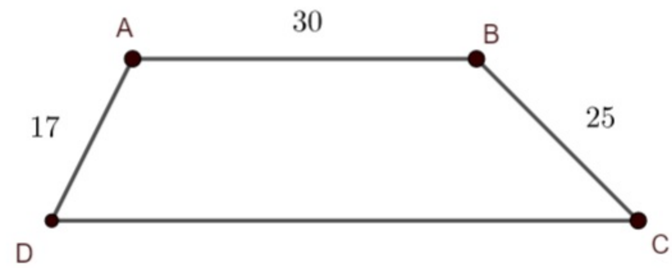
a) 25° b) 30° c) 35° d) 40° e) 45°



Solução para o Problema 2. Os três ângulos internos de um triângulo equilátero medem $\frac{180°}{3} = 60°$. Assim, $\angle BCD = \angle BCA + \angle ACD = 60° + 80° = 140°$. Como $BC = CD$ o triângulo BCD é isósceles de base BD e temos $\angle CBD = \frac{180° - 140°}{2} = \frac{40°}{2} = 20°$. Assim, $\angle ABD = \angle ABC - \angle CBD = 60° - 20° = 40°$. **(Letra D)**

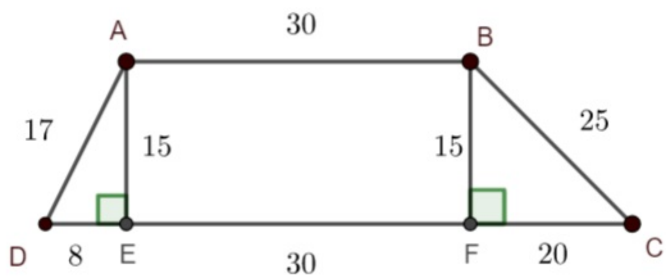
Problema 3. O trapézio ABCD possui bases AB e CD. Sabe-se que $AD = 17$, $AB = 30$, $BC = 25$ e que a altura do trapézio é 15. Qual é a área do trapézio ABCD?

a) 450 b) 660 c) 880 d) 1320 e) 1450



Solução para o Problema 3.

Considere a figura a seguir em que AE e BF são alturas do trapézio.



Como ABFE é um retângulo temos $EF = AB = 30$.

Os triângulos AED e BFC são retângulos e usando o Teorema de Pitágoras temos $DE^2 = AD^2 - AE^2 = 17^2 - 15^2 = 64 \Rightarrow DE = 8$ e $FC^2 = BC^2 - BF^2 = 25^2 - 15^2 = 400 \Rightarrow FC = 20$. Logo, $DC = 8 + 30 + 20 = 58$ e a área do trapézio é

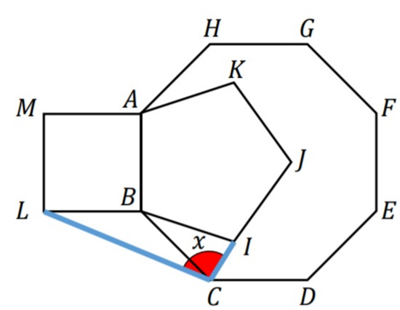
$$[ABCD] = \frac{(58+30)15}{2} = \frac{88 \cdot 15}{2} = 660$$

Outra forma de concluir é somar as áreas que formam o trapézio

$$\begin{aligned}[ABCD] &= [ADE] + [ABFE] + [BFC] \\ &= \frac{8 \cdot 15}{2} + 30 \cdot 15 + \frac{20 \cdot 15}{2} \\ &= 60 + 450 + 150 = 660 \quad \textbf{(Letra B)}\end{aligned}$$

Problema 4. Na figura a seguir sabe-se que ABCDEFGH é um octógono regular, ABIJK é um pentágono regular e ABLM é um quadrado. Determine a medida em graus do ângulo $\angle LCI$ denotado na figura pela letra x.

a) 81° b) 90° c) 92° d) 99° e) 102°



Solução para o Problema 4. ((OBM))

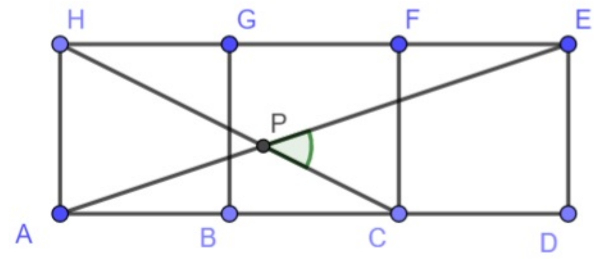
O ângulo interno de qualquer vértice de um polígono regular de n lados é $\frac{180°(n-2)}{n}$. Consequentemente, $\angle ABL = 90°$, $\angle ABI = 108°$ e $\angle ABC = 135°$. Daí, $\angle CBI = 135° - 108° = 27°$ e $\angle LBC = 360° - 90° - 135° = 135°$. Como $LB = BC = BI$, os triângulos LBC e CBI são isósceles de bases LC e CI. Assim,

$$x = \angle LCB + \angle BCI = \frac{180° - 135°}{2} + \frac{180° - 27°}{2} = 99°$$

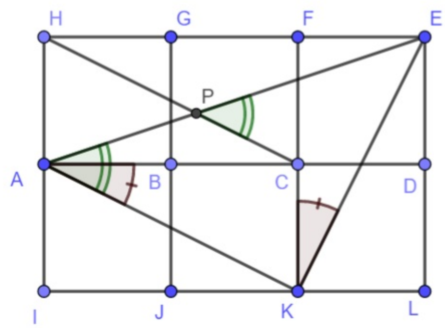
(Letra D)

Problema 5. Três quadrados estão dispostos como indicado na figura a seguir. Os segmentos AE e CH se intersectam no ponto P. Qual é a medida do ângulo $\angle CPE$?

a) 30° b) 40° c) 45° d) 50° e) 60°



Solução para o Problema 5. Adicione à figura mais três quadrados abaixo dos três iniciais.



Os triângulos AHC e IAK são congruentes por LAL e AK é paralelo a HC. Assim, $\angle CPE = \angle KAE$. Os triângulos retângulos ACK e KFE são congruentes por LAL implicando que $AK = KE$ e $\angle KAC = \angle EKF$. Veja que $\angle AKE = \angle AKC + \angle FKE = \angle AKC + \angle KAC = 180° - \angle ACK = 90°$. Concluímos que o triângulo AKE é retângulo e isósceles. Temos

$$\angle CPE = \angle KAE = \frac{180° - 90°}{2} = 45°$$

Outra forma de provar que o triângulo AKE é retângulo e isósceles é usando a volta do Teorema de Pitágoras. Considerando que os quadrados possuem lado 1 podemos calcular usando Pitágoras nos triângulos ADE, AIK e KFE que $AE = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$, $AK = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$ e $KE = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$. Temos $AK = KE$ e $AE^2 = AK^2 + KE^2$ implicando que o triângulo AKE é isósceles e retângulo. **(Letra C)**