

Exame de Qualificação: Álgebras e Módulos (Agosto 2016)

Banca Examinadora:

- Prof. Edson Ribeiro Alvares
- Prof. Marcelo Muniz Silva Alves
- Prof. Heily Wagner

Instruções:

- a) A prova tem uma duração de 3 horas;
- b) Cada questão escolhida vale 2,5 pontos. A prova tem um total de 10,0 pontos;
- d) Justifique todas as suas respostas.

Nome do aluno:

Questões

- (1) Seja A uma K -álgebra comutativa. Suponha que todo ideal I de A é finitamente gerado, isto é, existe um natural n e um conjunto $\{e_1, \dots, e_n\}$ tal que $e_i^2 = e_i$ para todo i e $e_i e_j = 0$ para todo $i \neq j$. Prove que todo A -módulo é flat.
- (2) Seja A uma K -álgebra hereditária. Mostre que qualquer homomorfismo não nulo entre A -módulos projetivos indecomponíveis é um monomorfismo.
- (3) Considere a álgebra $\mathbb{C}[x]$. Mostre que existem infinitos $\mathbb{C}[x]$ -módulos simples não isomorfos.
- (4) Considere a sequência exata curta $0 \rightarrow L \rightarrow M \rightarrow N \rightarrow 0$. Prove que

$$dp N \leq \sup\{dp M, dp L + 1\}.$$