

Exame de Qualificação: Álgebra Linear Avançada (Julho 2013)

Banca Examinadora:

- Prof. Edson Ribeiro Alvares
- Prof. Cristián Ortiz
- Prof. Lucelina Batista dos Santos
- Prof. Marcelo Muniz Silva Alves (suplente)

Instruções:

- a) A prova tem uma duração de 3 horas;
- b) Cada questão escolhida vale 2,0 pontos. A prova tem um total de 10,0 pontos;
- d) Justifique todas as suas respostas.

Nome do aluno:

Questões

- (1) Mostre que o produto de dois operadores auto adjuntos é auto adjunto, se e somente se, os dois operadores comutam.
- (2) Seja $A \in M_2(\mathbb{R})$. Para $X, Y \in M_{2 \times 1}(\mathbb{R})$, seja $f(X, Y) = Y^t A X$. Dê condições necessárias e suficientes para que f seja um produto interno.
- (3) Seja V um espaço vetorial sobre \mathbb{C} e T um operador linear auto-adjunto. Mostre que:
 - i) $I + iT$ é não singular.
 - ii) Se V tem dimensão finita, prove que $U = (I - iT)(I + iT)^{-1}$ é um operador unitário.
- (4) Seja A uma matriz complexa $n \times n$, ($n \geq 3$) de posto 2. Determine todas as possíveis formas de Jordan de A .