



Exame de qualificação de MATE7008-Análise Numérica I

- Aluno: _____
- Data: 27/08/2020
- Banca examinadora:
 1. Professora Ailin Ruiz de Zarate Fabregas
 2. Professor Elías Alfredo Gudiño Rojas
 3. Professor Roberto Ribeiro Santos Júnior
- Instruções:
 1. A prova tem uma duração de 3 horas;
 2. Justifique todas as suas respostas;
 3. Entregue a(s) folha(s) de questões junto com as soluções.

Questões:

1. (5.0 pontos) Considere o sistema linear $Ax = b$, com $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ e $b \in \mathbb{R}^n$. Supondo que as entradas diagonais de A são não nulas, então
 - (a) Deduza o método de Gauss-Seidel na forma escalar (a fórmula iterativa para cada componente da aproximação).
 - (b) Deduza o método de Gauss-Seidel na forma matricial. Identifique a matriz de iteração e mostre que o método é consistente.
 - (c) Deduza o método SOR na forma matricial. Identifique a matriz de iteração e mostre que o método é consistente para todo $w \neq 0$.
 - (d) Ache uma condição necessária e suficiente sob a matriz de iteração para que os métodos acima mencionados sejam convergentes.
2. (5.0 pontos) Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função de classe $f \in \mathcal{C}^5$ e $h > 0$
 - (a) Calcule o polinômio interpolador de Lagrange utilizando 4 nós igualmente espaçados no intervalo $[-h, h]$.
 - (b) Ache uma estimativa para o erro da interpolação.
 - (c) Considerando os mesmos pontos x_i ($i = 0, \dots, 3$) do item (a), encontre c_i tais que a fórmula de aproximação

$$\int_{-h}^h f(x)dx \approx \sum_{i=0}^3 c_i f(x_i).$$

- seja exata para polinômios de grau menor ou igual a 3.
- (d) Ache uma estimativa para o erro da fórmula do item (c).